1. (Esl01) Ici, le paramètre m et les inconnues x, y, z sont complexes. Discuter et résoudre les systèmes
$$(1)\quad \begin{cases} x - my + m^2z = 2m \\ mx - m^2y + mz = 2m \\ mx + y - m^2z = 1 - m \end{cases}$$
$$(2)\quad \begin{cases} -mx + (m+1)y + mz = m+1 \\ (2m-1)x + (m-1)y - mz = m^2 - 1 \\ -2x - 4y + 2mz = m^2 - 3m - 4 \end{cases}$$
2. (Esl02) Résoudre les systèmes
$$(1)\quad \begin{cases} x_1 + x_2 = a \\ x_3 + x_4 = b \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = c \\ x_3 + x_4 = d \end{cases}$$
$$(2)\quad \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 11 \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + x_4 = 12 \\ 3x_1 + 4x_2 + 1x_3 + 2x_4 = 13 \\ 4x_1 + 1x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 14 \end{cases}$$
3. (Esl03) Discuter suivant a, b, c de l'existence et du nombre de solutions des systèmes proposés
$$(1)\ \begin{cases} -2x + y + 2z = a \\ -x + 2y + 2z = b \\ -2x + 2y + 3z = c \end{cases},\quad (2)\ \begin{cases} ax + y + z = \alpha \\ x + ay + z = \beta \end{cases}$$
$$(3)\ \begin{cases} x + ay + a^2z = a^3 \\ x + by + b^2z = b^3 \\ x + cy + c^2z = c^3 \end{cases},\ (4)\ \begin{cases} \alpha x + y + z + t = 1 \\ x + \alpha y + z + t = \beta \\ x + y + \alpha z + t = \beta^2 \\ x + y + z + \alpha t = \beta^3 \end{cases}$$
Pour le système (4), on pouura additionner les lignes.
4. (Esl04) Résoudre dans $\mathbb{R}$.
$$\begin{cases} x + 2z = 1 \\ 5x + 2y = 1 \\ x - 2y + 6z = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x + 2z = 2 \\ 5x + 2y = 1 \\ x - 2y + 4z = 3 \end{cases}$$
$$\begin{cases} x + 2y + 4z = 12 \\ 5x + y - 3z = 0 \\ 3x - y + z = 10 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x - y + 3z = 3 \\ 3x + y - 5z = 0 \\ 4x - y + z = 3 \\ x + 3y - 13z = -6 \end{cases}$$
5. (Esl05) Soit $\alpha \not\equiv \frac{\pi}{2} \mod \pi$. En additionnant L_1 et L_3 et en utilisant des relations trigonométriques, discuter de l'existence de solutions du système
$$\begin{cases} x + y\cos\alpha + z\cos 2\alpha = a \\ x\cos\alpha + y\cos 2\alpha + z\cos 3\alpha = b \\ x\cos 2\alpha + y\cos 3\alpha + z\cos 4\alpha = c \end{cases}$$
6. (Esl06) Soit λ, μ, γ, δ des nombres complexes tels que $\lambda \neq \mu$ et $\gamma\delta \neq 0$. On définit des fonctions g et g' de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{C}$ par :
$$\forall t \in \mathbb{R},\ \begin{cases} g(t) = \gamma e^{\lambda t} + \delta e^{\mu t} \\ g'(t) = \gamma\lambda e^{\lambda t} + \delta\mu e^{\mu t}. \end{cases}$$
Pour tous α et β complexes, on définit f par
$$\forall t \in \mathbb{R},\ f(t) = \alpha e^{\lambda t} + \beta e^{\mu t}.$$
En utilisant les formules de Cramer, exprimer des complexes K et K' tels que
$$f = Kg + K'g'.$$

1. pas de correction pour Esl01.tex
2. (Csl02)

   a. – Si $b-d \neq 0$ ou $a+b+c \neq 0$, pas de solution.
      – Sinon les solutions sont

      $$(a-\lambda, b-\mu, \mu) \text{ avec } (\lambda, \mu) \in \mathbb{R}^2$$

      – Unique solution

      $$(2,1,1,1)$$

3. (Csl03)

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} -x+2y+z=b \\ -3x-2z=a-2b \\ -3y+z=c-2b \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -x+2y+z=b \\ -3y-2z=a-2b \\ -2y-z=c-2b \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -x+z+2y=b \\ -z-2y=c-2b \\ y=a+2b-2c \end{cases}$$

Le système (1) admet donc toujours une unique solution.

$$(2) \Leftrightarrow \begin{cases} z+ax+y=\alpha \\ (1-a)x+(a-1)y=\beta-\alpha \end{cases}$$

Si $a \neq 1$, les solutions sont, pour λ réel, les triplets

$$(\lambda + \frac{\beta-\alpha}{a-1}, \lambda, -a(\lambda+\frac{\beta-\alpha}{a-1}) - \lambda + \alpha$$

Si $a=1$, le système admet des solutions si et seulement si $\alpha=\beta$, il est alors équivalent à l'unique équation

$$x+y+z=\alpha$$

4. pas de correction pour Esl04.tex
5. pas de correction pour Esl05.tex
6. pas de correction pour Esl06.tex