Dans cet exercice, on désigne par E un espace euclidien orienté de dimension n fixé et par $\mathcal{B}$ une base orthonormée directe. Toutes les coordonnées seront relatives à cette base sauf mention explicite.

1. Projection orthogonale.
   Former une procédure dont l'appel est `projorth(L,V)`.
   – Le premier paramètre `L` désigne une *liste* de matrices colonnes. Chacune étant formée par les coordonnées d'un vecteur d'une base *orthogonale* de l'espace sur lequel on projette.
   – Le deuxième paramètre `V` est la matrice colonne des coordonnées du vecteur que l'on projette.
   – La procédure *renvoie* la matrice colonne des coordonnées du vecteur projeté.
2. Dans cette question $n = 3$, calculer l'image d'un vecteur par la symétrie par rapport à la droite $\text{Vect}(u)$ avec u de coordonnées (a, b, c) puis calculer la matrice de cette symétrie. Calculer la matrice de la symétrie par rapport au plan $\text{Vect}(u)^{\perp}$.
3. Orthogonalisation
   Former une procédure dont l'appel est `orthGS(L)`
   – Le paramètre `L` désigne la liste des matrices colonnes des coordonnées des vecteurs de la famille à orthogonaliser. On suppose que cette famille est libre.
   – La procédure renvoie la liste des matrices colonnes des coordonnées des vecteurs de la famille orthogonalisée.
4. Calculs dans une base non orthonormée.
   En utilisant l'aide de `DotProduct`, modifier les procédures précédentes en ajoutant un nouveau paramètre matriciel `S` pour pouvoir faire les calculs dans le cas où la base $\mathcal{B}$ n'est pas orthonormée. La matrice `S` étant la matrice (symétrique) du produit scalaire dans $\mathcal{B}$.
5. Ici E est de dimension 3 et la base est orthonormée. On considère une rotation f d'axe $\text{Vect}(u)$ et d'angle α autour de u. Les coordonnées de u sont (a, b, c). En utilisant la formule de cours donnant l'image par f d'un vecteur x orthogonal à u à l'aide d'un produit vectoriel, former la matrice de f.